

Θεωρία του Κόστους

Με δεδομένες τις επιλογές της επιχείρησης
(δυνατούς συνδυασμούς συντελεστών) με
ποιον τρόπο θα επιλέξει την άριστη.

Είδη κόστους

› Άμεσο Κόστος

Δαπάνες για αγορά ή μίσθωση ΣΠ

› Έμμεσο Κόστος

Τεκμαιρόμενο κόστος ιδιόκτητων και ιδιοαπασχολούμενων ΣΠ

› Κόστος Ευκαιρίας

Κόστος μιας εισροής που είναι ίσο με την αξία που αποποιείται με το να μην χρησιμοποιείται με τον καλλίτερο εναλλακτικό τρόπο, π.χ. ενοίκιο ιδιόκτητης γης.



Είδη κόστους

» Λογιστικό Κόστος

Δαπάνες παραγωγής + Αποσβέσεις

» Οικονομικό Κόστος

Η απαιτούμενη πληρωμή (άμεση ή έμμεση) για να παραμείνει ένας συντελεστής στην συγκεκριμένη απασχόληση

» Κοινωνικό Κόστος

Οικονομικό Κόστος που επιβαρύνει την επιχείρηση + το κόστος που επιβαρύνει την κοινωνία



Η επιλογή του άριστου συνδυασμού συντελεστών

- Υποθέσεις:**
- Δύο συντελεστές παραγωγής, εργασία (L) και κεφάλαιο (K)
 - Τόσο η τιμή της εργασίας (w) όσο και η τιμή του κεφαλαίου (v) θεωρούνται δεδομένες για την επιχείρηση

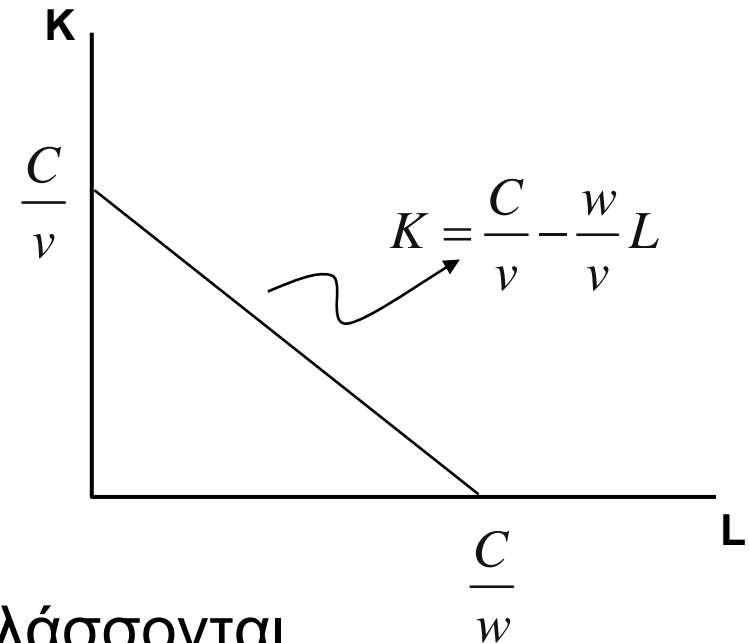
Άριστος συνδυασμός συντελεστών ο συνδυασμός που **ελαχιστοποιεί** το κόστος για **δεδομένο** επίπεδο παραγωγής



Η Γραμμή Ίσου Κόστους

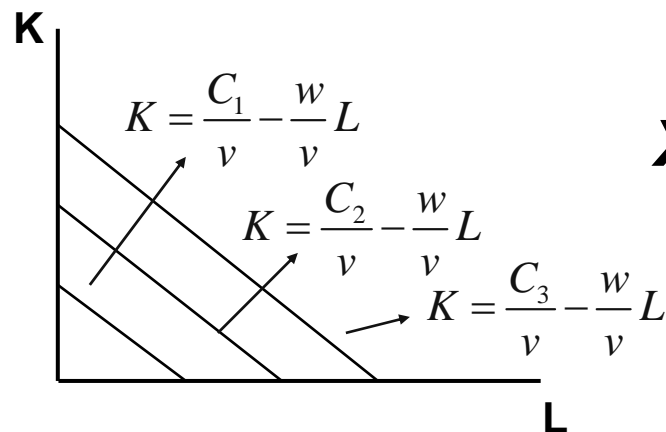
Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων (συνδυασμοί συντελεστών) που αντιπροσωπεύουν ίδιο επίπεδο κόστους

$$C = wL + vK$$



– $\frac{w}{v}$ Κλίση της Γ.Ι.Κ.

Ο τρόπος με τον οποίο ανταλλάσσονται οι δύο συντελεστές στην αγορά



Χάρτης Γραμμών Ίσου Κόστους



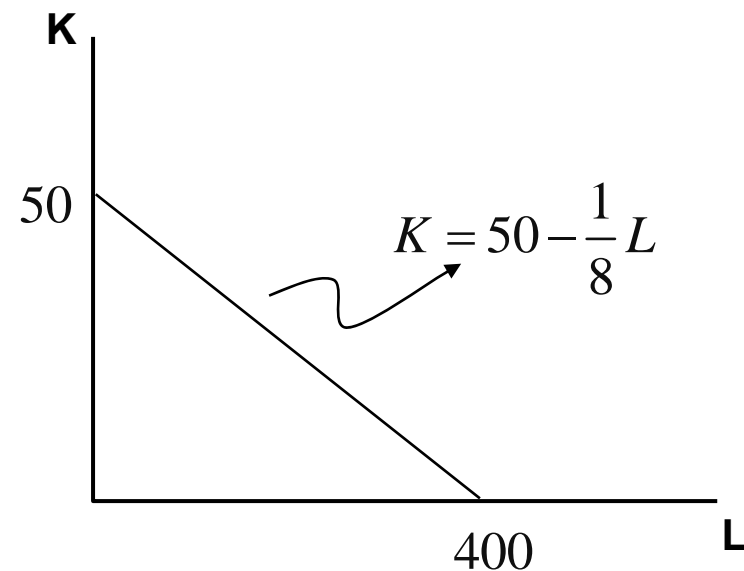
Παράδειγμα

$$w = 5 \quad v = 40 \quad C = 2000$$

$$2000 = 5L + 40K$$

$$\frac{w}{v} = \frac{1}{8}$$

Μια μονάδα εργασίας
ανταλλάσσεται στην αγορά με $1/8$
της μονάδας κεφαλαίου

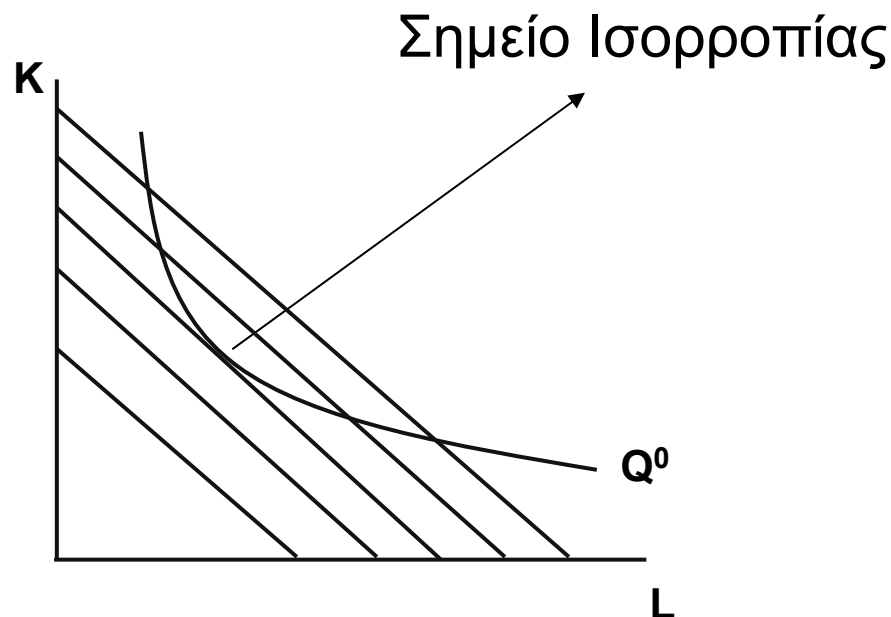


Συνθήκες ελαχιστοποίησης του κόστους δεδομένου ύψους παραγωγής

Ελαχιστοποίηση
του κόστους



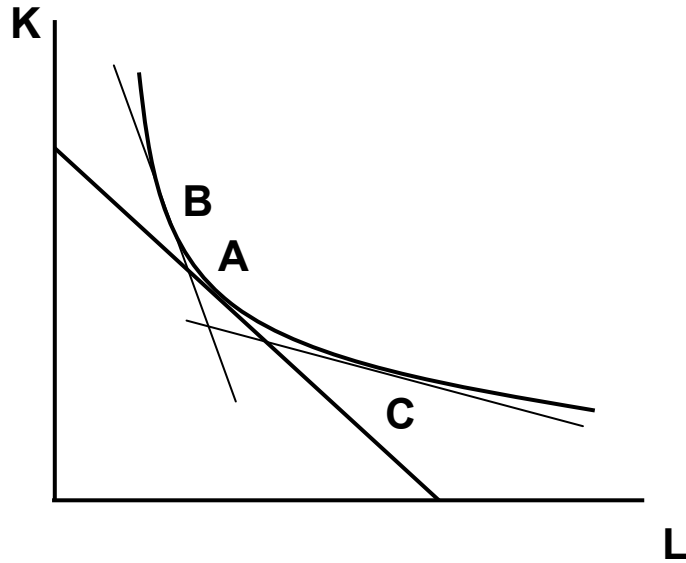
Επιλογή του συνδυασμού K,L επί
της δεδομένης καμπύλης ίσου
προϊόντος που βρίσκεται στην
χαμηλότερη Γ.Ι.Κ.



Η κλίση της Κ.Ι.Π. =
Κλίση της Γ.Ι.Κ.

$$MRTS_{L,K} = \frac{w}{v}$$





$$(A) \quad MRTS_{L,K} = \frac{w}{v}$$

Ο τρόπος με τον οποίο η τεχνολογία επιτρέπει την υποκατάσταση των δύο συντελεστών είναι ίδιος με αυτόν που επιτρέπει η αγορά

$$(B) \quad MRTS_{L,K} > \frac{w}{v} \quad \text{π.χ.} \quad MRTS_{L,K} = 2 \quad \frac{w}{v} = 1$$

Η τεχνολογία επιτρέπει την ανταλλαγή 1L με 2K

Στην αγορά μπορεί να ανταλλάσσεται 1L με 1K

Στο σημείο B η επιχείρηση μπορεί να υποκαταστήσει 2K με 1L. Στην αγορά μπορεί να αποκτήσει 1L με μόνο 1K. Συμφέρει την επιχείρηση η κίνηση από το B στο A



Το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του κόστους

$$\text{Ελαχιστοποίηση } C = wL + vK \quad (1)$$

$$\text{Περιορισμός } Q^0 = F(L, K) \quad (2)$$

$$Z = wL + vK - \lambda(F(L, K) - Q^0) \quad (3)$$

Συνθήκες 1ης τάξης

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = w - \lambda \frac{\partial F}{\partial L} = 0 \quad \Rightarrow \quad w = \lambda MP_L \quad (4)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = v - \lambda \frac{\partial F}{\partial K} = 0 \quad \Rightarrow \quad v = \lambda MP_K \quad (5)$$

$$\frac{w}{v} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

$$MRTS_{L,K} = \frac{w}{v}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = -(F(K, L) - Q^0) = 0 \quad \Rightarrow \quad F(K, L) = Q^0 \quad (6)$$



Ερμηνεία της συνθήκης ισορροπίας

$$\frac{w}{v} = \frac{MP_L}{MP_K} \Rightarrow \frac{w}{MP_L} = \frac{v}{MP_K} = \lambda$$

$$\frac{w}{MP_L} = \frac{\text{Αμοιβή 1 μονάδας εργασίας}}{\text{Αύξηση Q λόγω αύξησης L κατά 1 μονάδα}}$$

Το κόστος μεταβολής του Q κατά 1 μονάδα όταν αυτή οφείλεται σε μεταβολή του συντελεστή L

$$\frac{v}{MP_K} = \frac{\text{Αμοιβή 1 μονάδας κεφαλαίου}}{\text{Αύξηση Q λόγω αύξησης K κατά 1 μονάδα}}$$

Το κόστος μεταβολής του Q κατά 1 μονάδα όταν αυτή οφείλεται σε μεταβολή του συντελεστή K

Στο σημείο ισορροπίας

Το κόστος μεταβολής του Q κατά μία μονάδα (οριακό κόστος) είναι ίδιο είτε επιτυγχάνεται με μεταβολή του L είτε του K.



Συνθήκες 1ης τάξης → Σύστημα 3 εξισώσεων με 3 αγνώστους (L, K, λ)

Λύση

$$\left. \begin{array}{l} L = L(w, v, Q) \\ K = K(w, v, Q) \end{array} \right\} \text{Συναρτήσεις ζήτησης συντελεστών}$$

$$C = wL + vK \rightarrow C = wL(w, v, Q) + vK(w, v, Q)$$

$$C = C(w, v, Q)$$

Συνάρτηση Κόστους

Πως μπορούμε τώρα να αιτιολογήσουμε οικονομικά την κυρτότητα ως προς την αρχή των αξόνων της καμπύλης ίσου προϊόντος;



Παράδειγμα:

$$Q = 5L^{0,2} K^{0,8}$$

$$\left. \begin{array}{l} MP_L = L^{-0,8} K^{0,8} \\ MP_K = 4 \cdot L^{0,2} K^{-0,2} \end{array} \right\} MRTS_{L,K} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{K}{4L}$$

$$MRTS_{L,K} = \frac{w}{v} \Rightarrow \frac{w}{v} = \frac{K}{4L}$$



Παράδειγμα

(συνέχεια)

$$K = 4L \frac{w}{v} \quad Q = 5L^{0,2} \left[4L \frac{w}{v} \right]^{0,8} \quad L = \frac{1}{5} \left[\frac{v}{4w} \right]^{0,8} Q \quad \text{Συνάρτηση ζήτησης εργασίας}$$

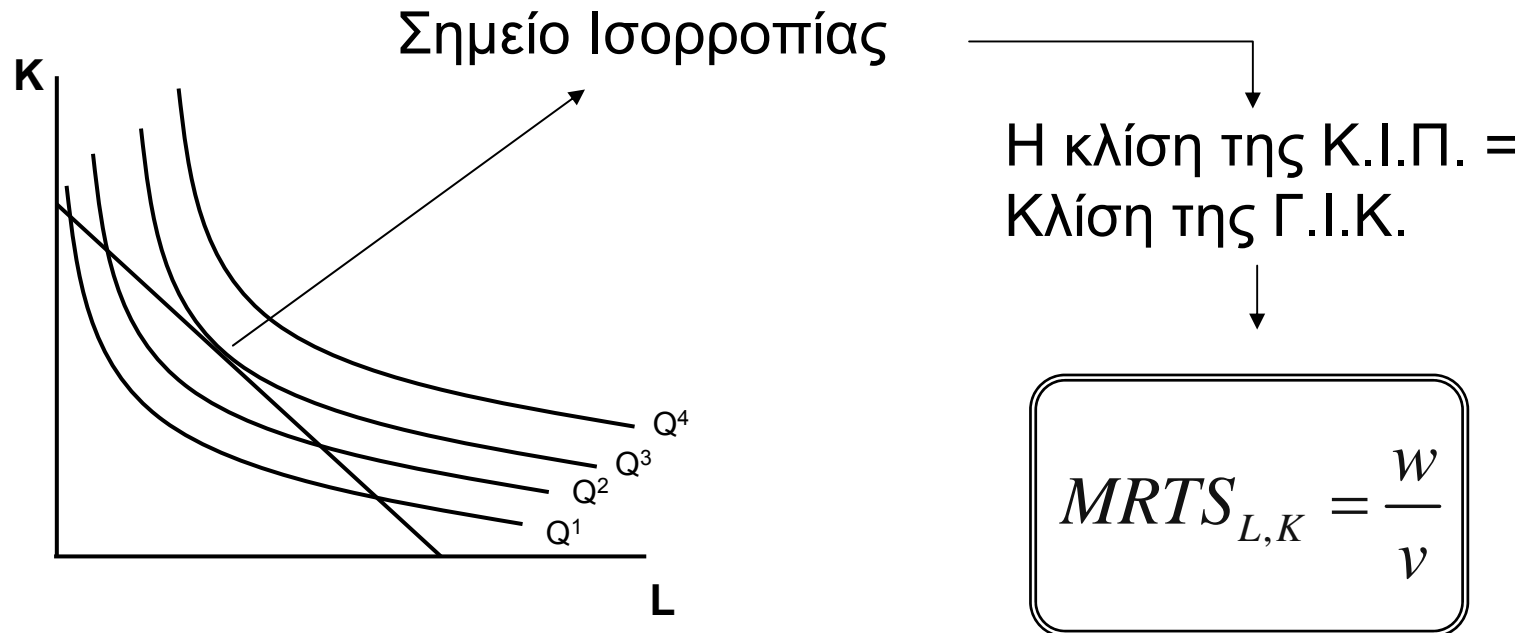
$$L = \frac{K}{4} \frac{v}{w} \quad Q = 5K^{0,8} \left[\frac{K}{4} \frac{v}{w} \right]^{0,2} \quad K = \frac{1}{5} \left[\frac{4w}{v} \right]^{0,2} Q \quad \text{Συνάρτηση ζήτησης κεφαλαίου}$$

$$C = \frac{Q}{5} \left[w \left(\frac{v}{4w} \right)^{0,8} + v \left(\frac{4w}{v} \right)^{0,2} \right] \quad \text{Συνάρτηση κόστους}$$

$$\text{αν } v = 16, w = 2 \quad C = 3,5Q$$



Συνθήκες μεγιστοποίησης της παραγωγής με δεδομένο κόστος



Μεγιστοποίηση $Q = F(L, K)$ (1)

Περιορισμός $C^0 = wL + vK$ (2)

$$Z = F(L, K) - \mu(wL + vK - C^0) \quad (3)$$



Συνθήκες 1ης τάξης

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = \frac{\partial F}{\partial L} - w\mu = 0 \quad \Rightarrow \quad MP_L = w\mu \quad (4)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = \frac{\partial F}{\partial K} - v\mu = 0 \quad \Rightarrow \quad MP_K = v\mu \quad (5)$$

$$\frac{w}{v} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

$$MRTS_{L,K} = \frac{w}{v}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \mu} = -(wL + vK - C^0) = 0 \quad \Rightarrow \quad wL + vK = C^0 \quad (6)$$

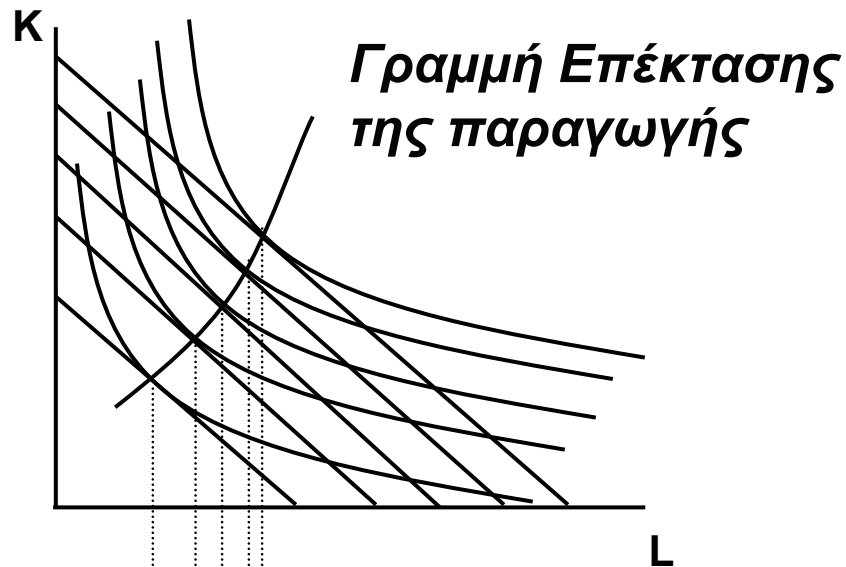
$$\frac{w}{v} = \frac{MP_L}{MP_K} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{MP_L}{w} \right) = \left(\frac{MP_K}{v} \right) = \mu$$

Οριακό προϊόν μιας χρηματικής μονάδας όταν αφιερώνεται στην αγορά **εργασίας**

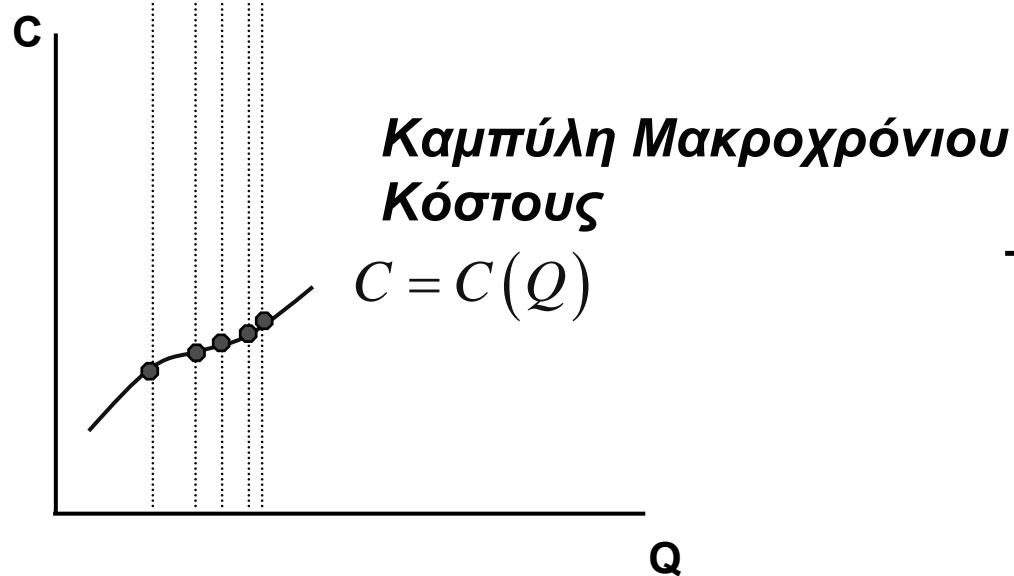
Οριακό προϊόν μιας χρηματικής μονάδας όταν αφιερώνεται στην αγορά **κεφαλαίου**



Γραμμή επέκτασης της παραγωγής και καμπύλη κόστους



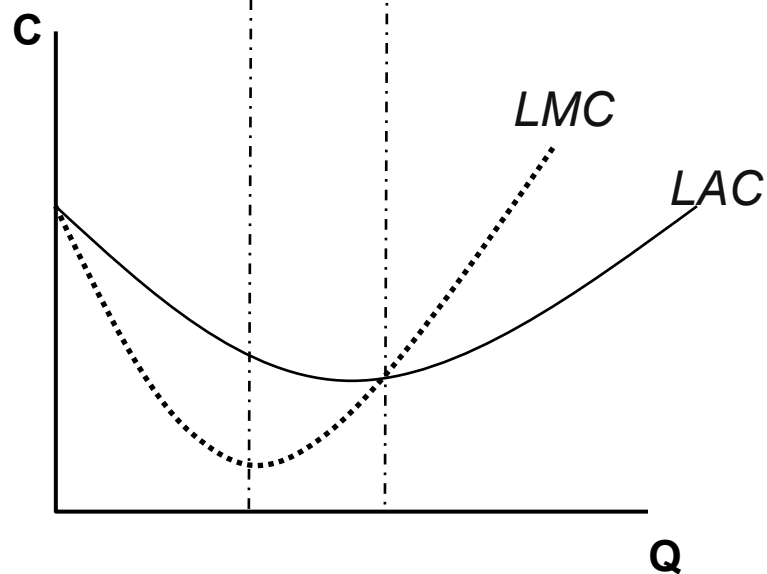
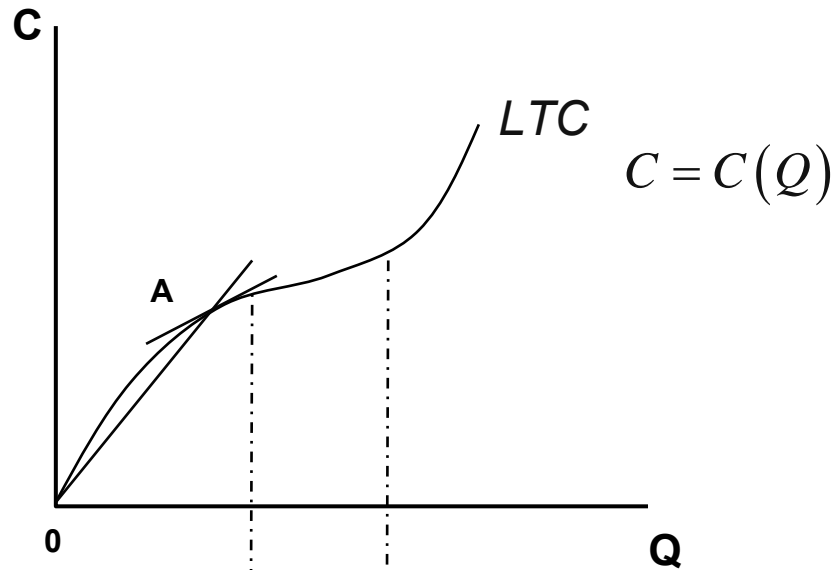
Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων ισορροπίας όταν μεταβάλλεται το επίπεδο παραγωγής



Το ελάχιστο κόστος για κάθε επίπεδο παραγωγής



Καμπύλες κόστους στην μακροχρόνια περίοδο



Ιδιότητες

- Όταν $Q = 0$ $C = 0$
- Θετική κλίση

Μακροχρόνιο Μέσο Κόστος

$$LAC = \frac{LTC}{Q}$$

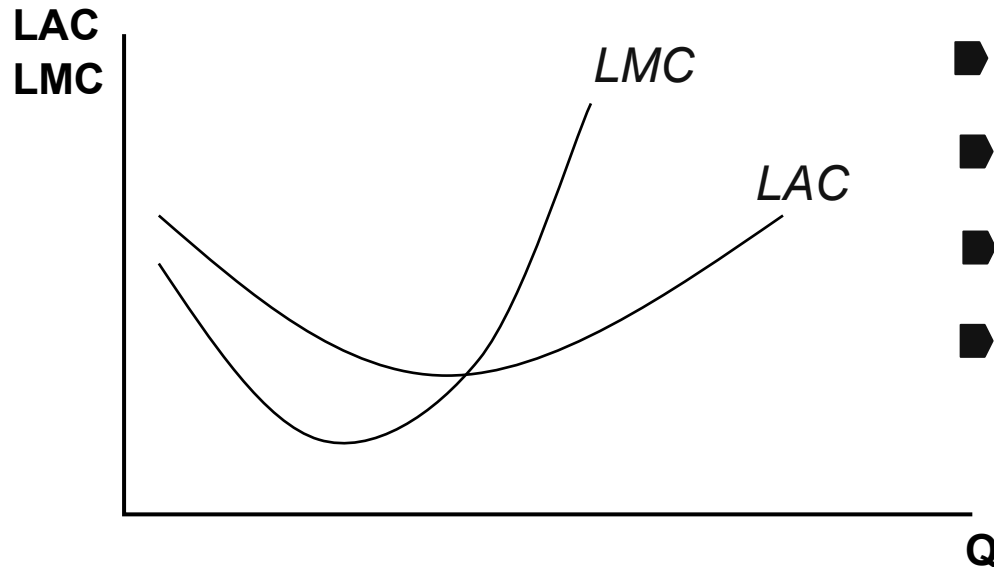
Μακροχρόνιο Οριακό Κόστος

$$LMC = \frac{d(LTC)}{dQ} = \frac{dC}{dQ}$$

$$LMC = \frac{\Delta(LTC)}{\Delta Q} = \frac{\Delta C}{\Delta Q}$$



Σχέση μεταξύ LAC και LMC



- Αρχίζουν από το ίδιο σημείο
- Όταν $LMC < LAC$ $LAC \downarrow$
- Όταν $LMC > LAC$ $LAC \uparrow$
- Όταν $LMC = LAC$ LAC Min

$$\frac{d(LAC)}{dQ} = \frac{d\left(\frac{C}{Q}\right)}{dQ} = \frac{\frac{dC}{dQ}Q - C}{Q^2} = \frac{1}{Q} \left(\frac{dC}{dQ} - \frac{C}{Q} \right) = \frac{1}{Q} (LMC - LAC)$$

$$LMC < LAC \Rightarrow \frac{d(LAC)}{dQ} < 0$$

$$LMC > LAC \Rightarrow \frac{d(LAC)}{dQ} > 0 \quad LMC = LAC \Rightarrow \frac{d(LAC)}{dQ} = 0 \text{ (LAC Min)}$$



Οικονομίες κλίμακας και μακροχρόνιο κόστος

Υπόθεση: Οι τιμές των συντελεστών είναι σταθερές

$$Q_1 = F(L, K)$$

$$C_1 = wL + vK$$

$$LAC_1 = \frac{C_1}{Q_1}$$

Μεταβολή
των K και L
κατά t%

$$Q_2 = F(tL, tK)$$

$$C_2 = wtL + vtK$$

$$LAC_2 = \frac{C_2}{Q_2}$$

$$Q_2 = t^r F(L, K)$$

$$C_2 = t(wL + vK)$$

$$LAC_2 = \frac{tC_1}{t^r Q_1} = LAC_1 \frac{t}{t^r}$$

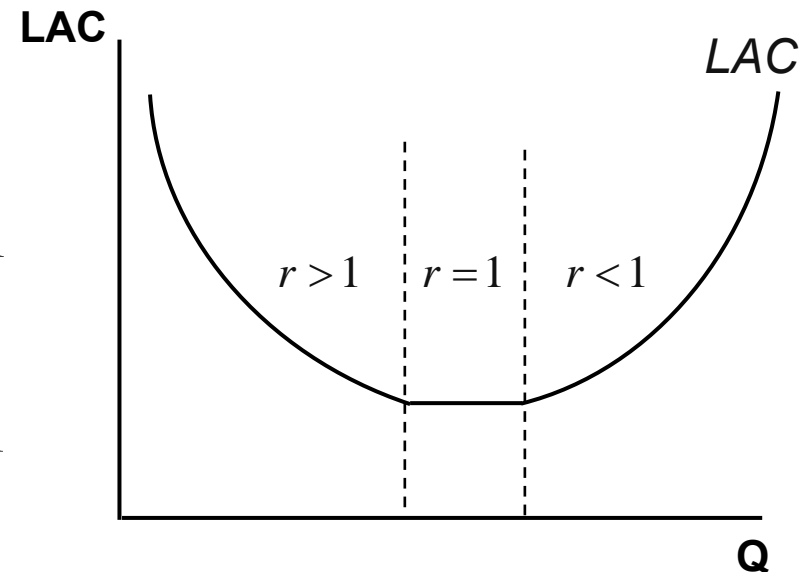
$$Q_2 = t^r Q_1$$

$$C_2 = tC_1$$

Αύξουσες οικονομίες $r > 1 \Rightarrow \frac{t}{t^r} < 1$
 $\Rightarrow LAC_2 < LAC_1$

Σταθερές οικονομίες $r = 1 \Rightarrow \frac{t}{t^r} = 1$
 $\Rightarrow LAC_2 = LAC_1$

Φθίνουσες οικονομίες $r < 1 \Rightarrow \frac{t}{t^r} > 1$
 $\Rightarrow LAC_2 > LAC_1$



Ελαστικότητα κόστους και ελαστικότητα κλίμακας

Ποσοστιαία μεταβολή στο συνολικό κόστος ύστερα από μια μεταβολή στην παραγωγή κατά 1%

$$E_c = \frac{\Delta LTC / LTC}{\Delta Q / Q} \quad \text{ή} \quad E_c = \frac{dLTC / LTC}{dQ / Q}$$

$$E_c = \frac{dLTC}{dQ} \frac{Q}{LTC} \quad \Rightarrow \quad E_c = \frac{LMC}{LAC}$$



Ελαστικότητα κόστους και ελαστικότητα κλίμακας

$$E_{SC} = E_{Q,K} + E_{Q,L} \Rightarrow E_{SC} = \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{K}{Q} + \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{L}{Q} \Rightarrow E_{SC} = \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{vK}{vQ} + \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{wL}{wQ}$$

$$\Rightarrow E_{SC} = MP_K \frac{vK}{vQ} + MP_L \frac{wL}{wQ} \quad \text{Αλλά στο άριστο σημείο:} \quad \frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{v}$$

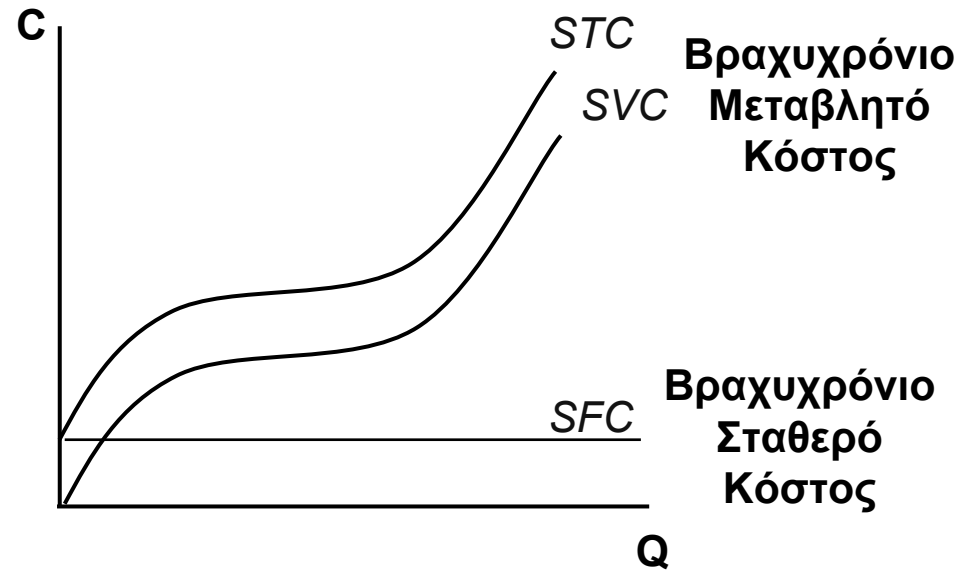
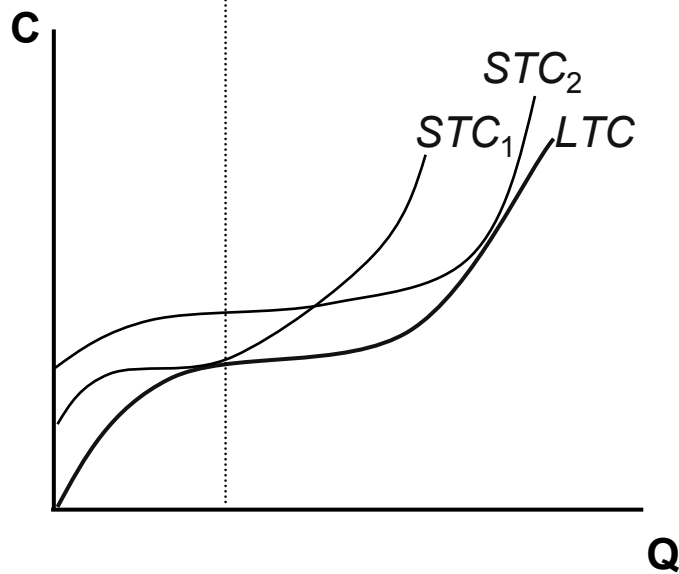
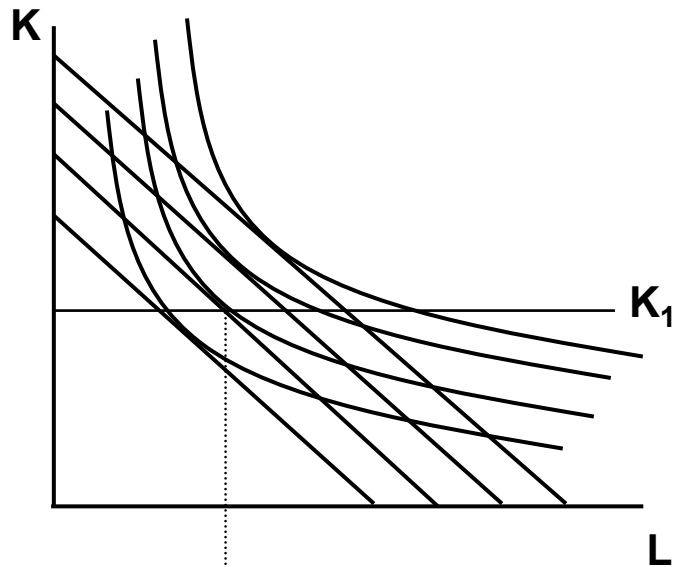
$$\Rightarrow E_{SC} = \frac{MP_K}{v} \left(\frac{wL + vK}{Q} \right) = \frac{MP_L}{w} \left(\frac{wL + vK}{Q} \right) \Rightarrow E_{SC} = \frac{MP_K}{v} \frac{LTC}{Q}$$

$$\Rightarrow E_{SC} = \frac{MP_K}{v} LAC \quad \text{Αποδεικνύεται ότι:} \quad LMC = \lambda = \frac{w}{MP_L} = \frac{v}{MP_K}$$

$$\Rightarrow E_{SC} = \frac{LAC}{LMC} \Rightarrow E_C = \frac{1}{E_{SC}}$$

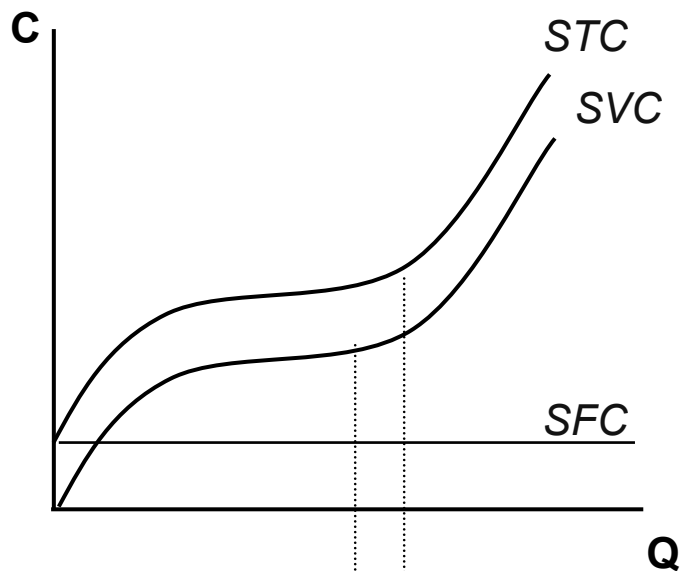


Βραχυχρόνιες καμπύλες κόστους



$$STC = SFC + SVC$$





Βραχυχρόνιο
Μέσο
Κόστος

$$SAC = \frac{STC}{Q}$$

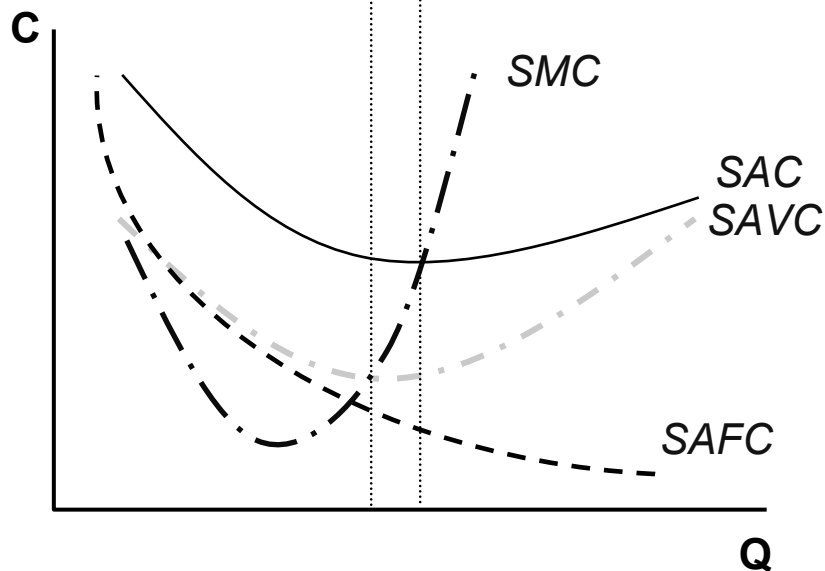
Βραχυχρόνιο Μέσο
Σταθερό Κόστος

$$SAFC = \frac{SFC}{Q}$$

Βραχυχρόνιο
Μέσο Μεταβλητό
Κόστος

$$SAVC = \frac{SVC}{Q}$$

$$SAC = SAFC + SAVC$$



Βραχυχρόνιο Οριακό Κόστος

$$\begin{aligned} SMC &= \frac{d(STC)}{dQ} = \frac{d(SFC)}{dQ} + \frac{d(SVC)}{dQ} \\ &= 0 + \frac{d(SVC)}{dQ} \end{aligned}$$



Παράδειγμα:

$$w = 1 \quad v = 8$$

Κ(σταθερό)	L	Q	SFC	SVC	STC	SAFC	SAVC	SAC	SMC
6	0	0	48	0	48				
6	25	1	48	25	73	48,00	25,00	73,00	25,00
6	46	2	48	46	94	24,00	23,00	47,00	21,00
6	82	4	48	82	130	12,00	20,50	32,50	18,00
6	100	5	48	100	148	9,60	20,00	29,60	18,00
6	120	6	48	120	168	8,00	20,00	28,00	20,00
6	141	7	48	141	189	6,86	20,14	27,00	21,00
6	230	10	48	230	278	4,80	23,00	27,80	29,67
6	272	11	48	272	320	4,36	24,73	29,09	42,00
6	321	12	48	321	369	4,00	26,75	30,75	49,00

Παράδειγμα:

$$Q = 5L^{0,2} K^{0,8}$$

$$K = 20, \quad v = 10, \quad w = 2$$

$$Q = 5L^{0,2} 20^{0,8} \Rightarrow Q = 55L^{0,2} \Rightarrow L = \left(\frac{Q}{55}\right)^5$$

$$SVC = wL = 2\left(\frac{Q}{55}\right)^5 = 3,97 \cdot 10^{-9} Q^5$$

$$SFC = 10 \cdot 20 = 200$$

$$STC = 200 + 3,97 \cdot 10^{-9} Q^5$$



Παράδειγμα

(συνέχεια)

$$SAVC = 3,97 \cdot 10^{-9} Q^4$$

$$SAFC = \frac{200}{Q}$$

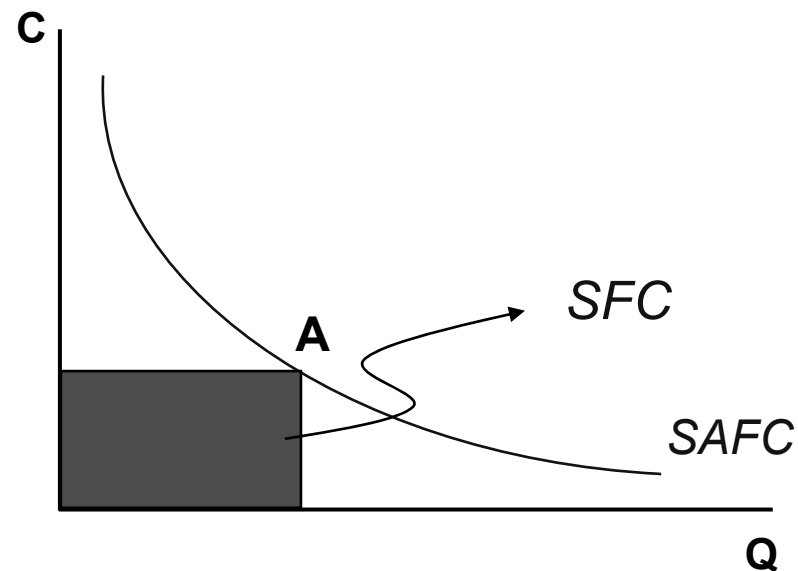
$$SAC = \frac{200}{Q} + 3,97 \cdot 10^{-9} Q^4$$

$$SMC = 19,85 \cdot 10^{-9} Q^4$$

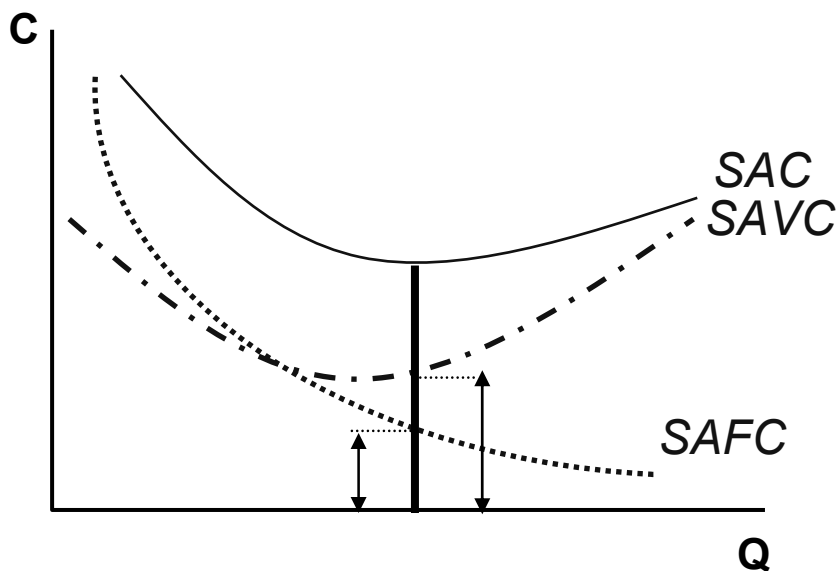


Ιδιότητες των καμπυλών βραχυχρόνιου κόστους

1. Η καμπύλη AFC είναι ορθογώνια υπερβολή ασύμπτωτη και προς τους δύο άξονες

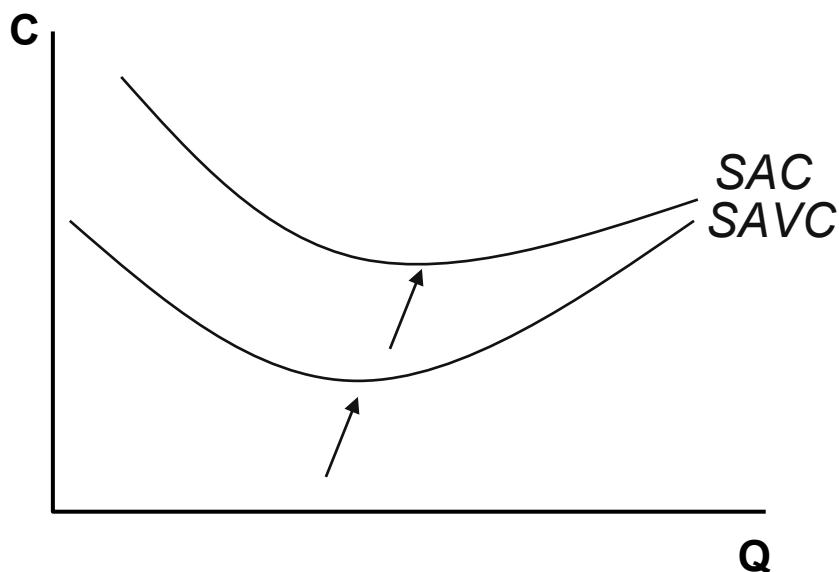


2. $SAC = SAFC + SAVC$



SAC ασύμπτωτη με SAVC
αφού SAFC ασύμπτωτη

3.

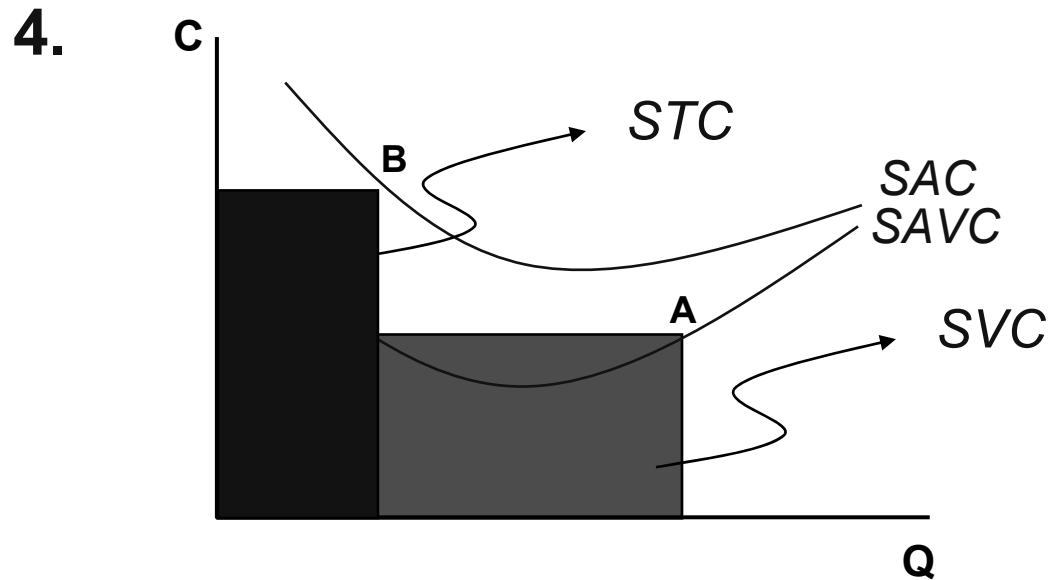


SAC και SAVC έχουν σχήμα U

Min SAC μετά το Min SAVC

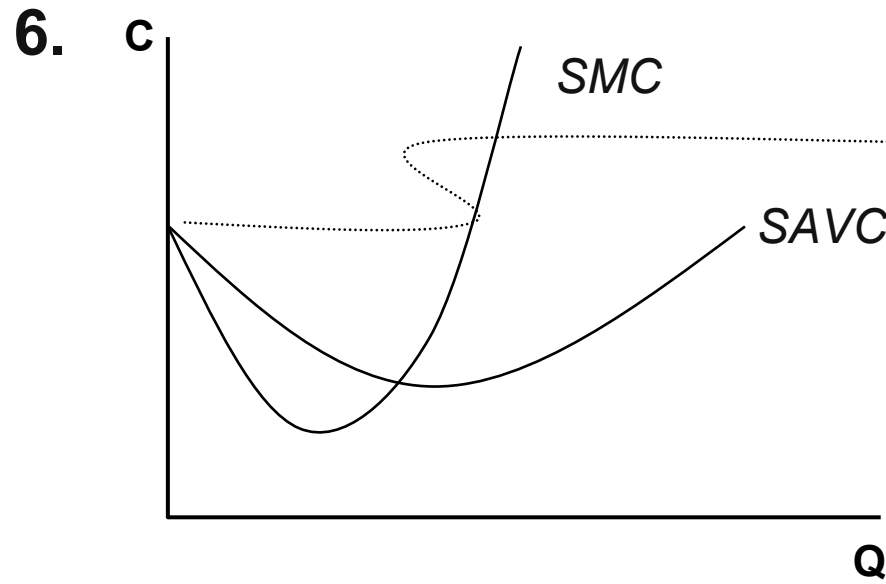
SAC ↓ όταν SAVC ↑
όσο η αύξηση του SAVC δεν
καλύπτει την μείωση του SAFC



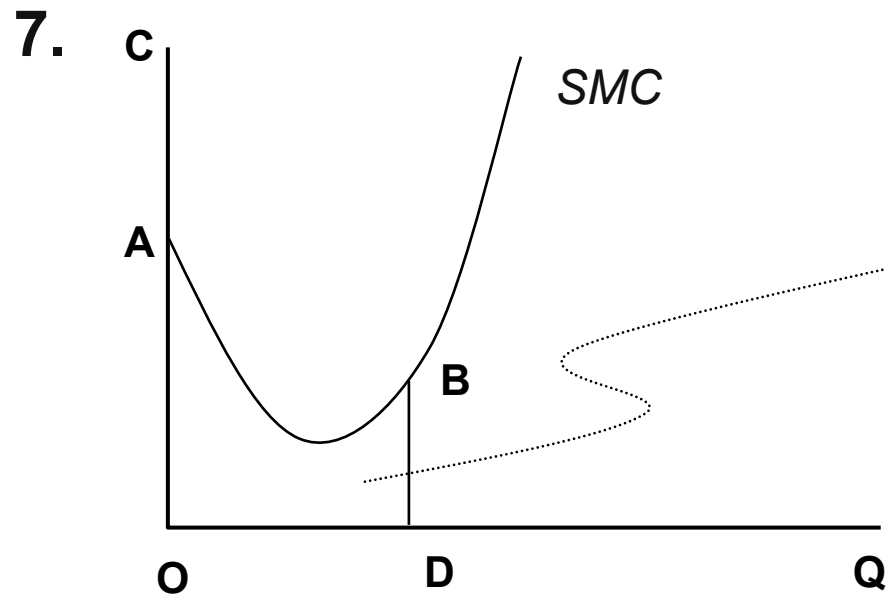


- 5.
- | | |
|-------------------|-------------------|
| Όταν $SMC < SAC$ | $SAC \downarrow$ |
| Όταν $SMC > SAC$ | $SAC \uparrow$ |
| Όταν $SMC = SAC$ | SAC ελάχιστο |
| Όταν $SMC < SAVC$ | $SAVC \downarrow$ |
| Όταν $SMC > SAVC$ | $SAVC \uparrow$ |
| Όταν $SMC = SAVC$ | $SAVC$ ελάχιστο |





ίδιο σημείο εκκίνησης



OABD = SVC



Σχέση SAVC και SMC με AP_L και MP_L όταν μοναδικός μεταβλητός συντελεστής είναι η εργασία (L)

$$SVC = wL$$

$$SAVC = \frac{wL}{Q} = \frac{w}{\frac{Q}{L}} = \frac{w}{AP_L}$$

Όταν $AP_L \uparrow$ SAVC \downarrow

Όταν $AP_L \downarrow$ SAVC \uparrow

Όταν AP_L Max SAVC Min

$$\begin{aligned} SMC &= \frac{d(STC)}{dQ} = \frac{d(STC)}{dL} \frac{dL}{dQ} = \\ &= w \frac{dL}{dQ} = \frac{w}{\frac{dQ}{dL}} = \frac{w}{MP_L} \end{aligned}$$

Όταν $MP_L \uparrow$ SMC \downarrow

Όταν $MP_L \downarrow$ SMC \uparrow

Όταν MP_L Max SMC Min



Σχέση μακροχρόνιας και βραχυχρόνιων καμπυλών ΚΟΣΤΟΥΣ

